

Prestressed steel structures design: a new border for structural engineering

V. Nunziata

Studio Nunziata, Palma Campania, Napoli, Italy

ABSTRACT: Nella memoria vengono introdotti i principi teorici e illustrati i metodi di calcolo delle travi in acciaio precompresso. Lo scopo è quello di far *conoscere* tale tipologia strutturale e di fornire dei semplici *metodi di calcolo* che a nostro parere sono il reale impedimento allo sviluppo di tale tipologia strutturale che presenta rispetto ad altre tipologie dei vantaggi sia economici che tecnologici difficilmente raggiungibili.

1 INTRODUCTION .

Le principali ragioni della poca diffusione delle strutture in acciaio precompresso sono a nostro parere la scarsa conoscenza del *sistema* e dei *metodi di analisi*. Quando questo tipo di informazione diventerà patrimonio scientifico presso la comunità di studiosi e di professionisti del settore edile allora si avrà una rapida diffusione della tecnologia dell'acciaio precompresso (a.p.) come già è avvenuto per analoghe tecnologie, ad esempio per il cemento armato precompresso (c.a.p.), ed in tal senso rappresenterà la nuova frontiera per l'ingegneria strutturale. Scopo di questa memoria è quello di introdurre l'analisi statica delle principali strutture in a.p. ed alcuni risultati notevoli per il confronto con altre tipologie strutturali.

2 ANALISI DELLE STRUTTURE IN A.P.

2.1 Generalità.

Il sistema della precompressione consiste semplicemente nel "sottoporre una struttura a dei carichi che producono sollecitazioni opposte a quelle di esercizio". La precompressione si può applicare con profitto a qualsiasi materiale ed in particolare all'acciaio, figura 1, migliorandone notevolmente le caratteristiche di resistenza.

Per il c.a.p. l'effetto della precompressione fa sì che la trave passi da parzialmente reagente a totalmente reagente (solo compressa), figura 2, per cui l'aumento delle caratteristiche di resistenza è dovuto esclusivamente ad un maggiore utilizzo della sezione, che nell'acciaio si dà per scontato.

I metodi utilizzati per l'analisi delle sezioni sono:

Metodo statico, che considera in ogni sezione l'effetto della precompressione come una pressione

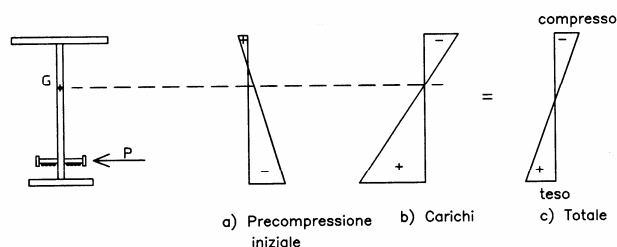


Figura 1. Trave in acciaio precompresso: principio di funzionamento.

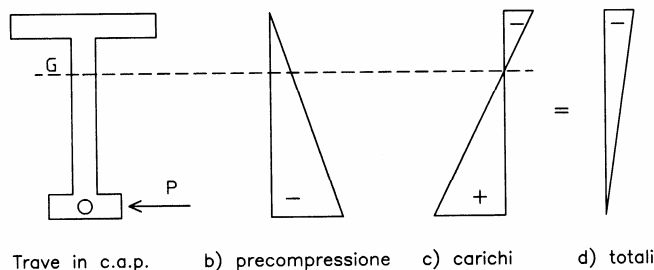


Figura 2. Trave in cemento armato precompresso: principio di funzionamento.

eccentrica (metodo tradizionale);

Metodo dei carichi equivalenti, in cui l'effetto della precompressione viene analizzato mediante l'introduzione di un sistema di forze equivalenti introdotte come forze esterne che agiscono sulla trave e chiamate "carichi equivalenti".

2.2 Analisi statica della sezione.

Con riferimento alla trave in acciaio precompressa semplicemente appoggiata occorrerà verificare che nella sezione più sollecitata le tensioni dovute ai carichi e alla precompressione siano inferiori a quelle consentite dallo stato limite considerato. Un valore attendibile per le *perdite di tensione* per l'A.P. dovute all'*attrito* e al *rilassamento* è del 5%. Il valore da noi considerato è il 10% (per il c.a.p. in genere le

perdite di tensione dovute all'attrito, al rilassamento, al ritiro, etc., si assumono del 25% ÷ 30%). Si terrà conto di due condizioni di carico, e precisamente di una condizione iniziale o "al tiro" e di una condizione finale o "in esercizio"; nella prima condizione la forza di precompressione P verrà maggiorata mediante l'applicazione di un coefficiente $\beta = 1,10$ per tener conto delle perdite di tensione totali (o finali).

2.2.1 Flessione.

Si può dire che la precompressione è stata inventata per le travi inflesse ed è per questo stato di sollecitazione che si hanno i maggiori benefici.

Con riferimento alla figura 3, si dovrà verificare al tiro:

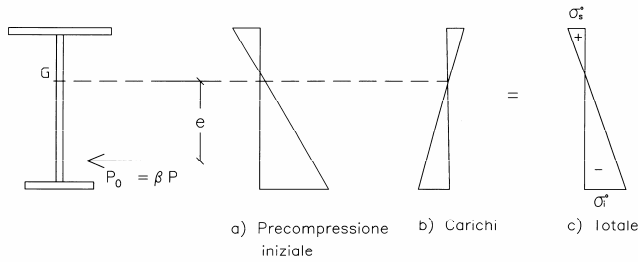


Figura 3. Condizione al tiro.

$$\sigma_i^0 = -\frac{\gamma_p \beta P}{A} - \frac{\gamma_p \beta P e}{W_i} + \frac{M_{\min}}{W_i} \leq f_d$$

dove: A e W_i sono rispettivamente l'area e il modulo resistente inferiore della trave in acciaio, γ_p è il coefficiente parziale di sicurezza applicato alla precompressione, M_{\min} è il momento minimo calcolato tenendo conto dei coefficienti parziali di sicurezza applicati ai carichi, e è la distanza del cavo risultante dal baricentro G .

Imponendo il segno di uguaglianza tra le tensioni si ricava P per cui la verifica al tiro non è più necessaria, ovvero:

$$\sigma_i^0 = f_d \Rightarrow P$$

In esercizio, figura 4, si dovrà verificare:

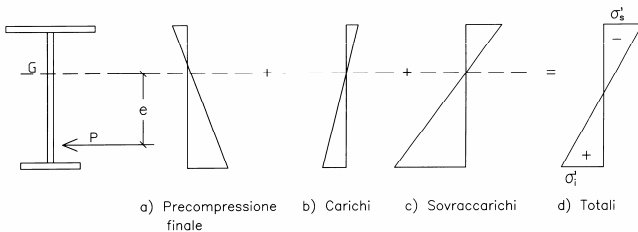


Figura 4. Condizione in esercizio.

$$\begin{cases} \sigma_s^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} + \frac{\gamma_p P e}{W_s} - \frac{M_{\max}}{W_s} \leq f_d \\ \sigma_i^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} - \frac{\gamma_p P e}{W_i} + \frac{M_{\max}}{W_i} \leq f_d \end{cases}$$

dove: W_s è il modulo resistente superiore della trave in acciaio, M_{\max} è il momento massimo considerando i coefficienti parziali di sicurezza applicati ai carichi.

L'intervento di un momento esterno fa sì che lo sforzo di precompressione (o meglio il centro di pressione), si sposti di una quantità:

$$\delta_0 = \frac{M_{\min}}{\beta \cdot P^*} \quad \delta_1 = \frac{M_{\max}}{P^*} \quad \text{dove: } P^* = \gamma_p \cdot P$$

Tale fatto ci permette di fare un'utile analisi, anche se di tipo qualitativo, della precompressione delle travi in acciaio e di mettere in evidenza le principali differenze e limitazioni del c.a.p. Con riferimento alla figura 5 detti e_i ed e_s le distanze dal baricentro dei punti di nocciolo inferiore e superiore, d la distanza del cavo risultante dal punto di nocciolo inferiore; si evidenzia che la forza di precompressione

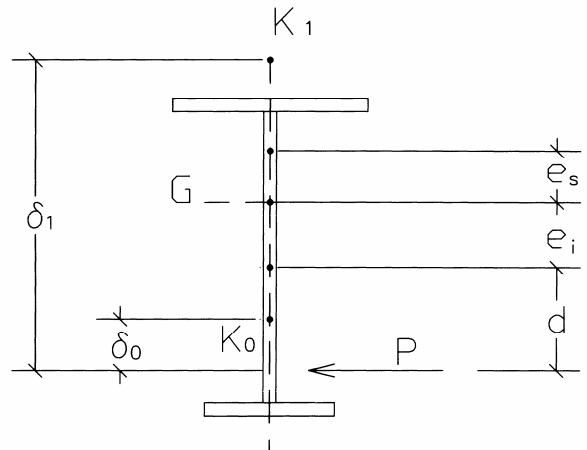


Figura 5. Rappresentazione dei punti e_i ed e_s

si sposta dal punto K_0 al punto K_1 nel passaggio dalla fase di tiro alla fase di esercizio; i due punti sono entrambi esterni al nocciolo d'inerzia (la sezione è in parte tesa e in parte compressa). In definitiva il momento utile (M_u) che la sezione potrà assorbire è:

$$M_u = M_{\max} - M_{\min} = P^* \delta_1 - \beta P^* \delta_0;$$

$$M_u = P^* (\delta_1 - \beta \delta_0) = P^* K_a$$

$$\text{avendo posto } K_a = (\delta_1 - \beta \delta_0).$$

Per il C.A.P. si trascura in genere la lieve resistenza a trazione dello stesso e si proporziona la sezione in modo da aversi (fig. 6):

$$\sigma_s^0 = 0; \quad \sigma_i^1 = 0$$

il che comporta che la forza di precompressione si sposti nel punto di nocciolo inferiore al tiro, e nel punto di nocciolo superiore in esercizio. In questo caso si avrà:

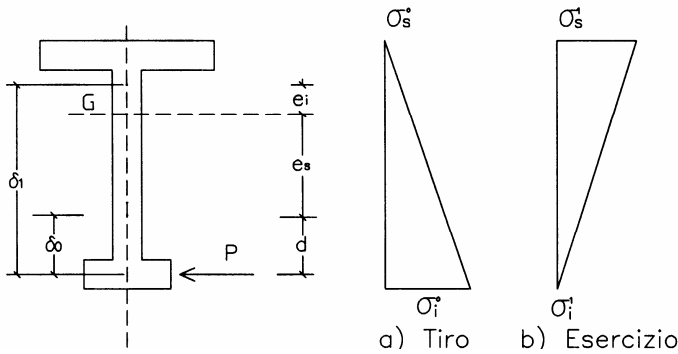


Figura 6. Trave in Cemento Armato Precompresso.

$$M_u = P^* (\delta_1 - \beta \delta_0) = P^* [(d + e_s + e_i) - \beta d] = P^* K_c$$

avendo posto $K_c = [(d + e_s + e_i) - \beta d]$.

La prima osservazione che si può fare in base ai risultati precedenti è che nell'A.P. i limiti tra cui può spostarsi la forza di precompressione P sono più ampi, la seconda è che la trave in C.A.P. dovrà risultare sempre compressa durante l'intera sua vita utile, ciò ne costituisce una pesante limitazione data la estrema variabilità dei carichi accidentali e la probabilità che si possa presentare una situazione non prevista in progetto.

2.2.1.1 Il fuso limite (o fuso di Guyon).

Ci proponiamo di determinare la fascia (o fuso) entro cui si deve svolgere il tracciato del cavo risultante senza che vengano superati gli stati limite considerati in nessuna sezione della trave. La prima operazione da fare è quella di determinare i due punti caratteristici della sezione (o punti limite) E_0 ed E_1 , figura 7, corrispondenti alle massime eccentricità che il centro di pressione può assumere al tiro ed in esercizio senza che sia superato lo stato limite considerato.

Nella fase di tiro, detto e_0 l'eccentricità del centro di pressione, si ha:

$$\sigma_i^0 = -\frac{\beta P^*}{A} - \frac{\beta P^* e_0}{W_i} \leq f_d$$

il soddisfacimento della disequazione sotto forma di uguaglianza ci permette di ricavare e_0 , ovvero:

$$\sigma_i^0 = f_d \Rightarrow e_0 = -\frac{\rho^2}{y_i} \left(1 - \frac{f_d}{\sigma_m^0}\right)$$

dove:

$$\rho^2 = \frac{I}{A}; \quad \sigma_m^0 = \frac{\beta \cdot P^*}{A};$$

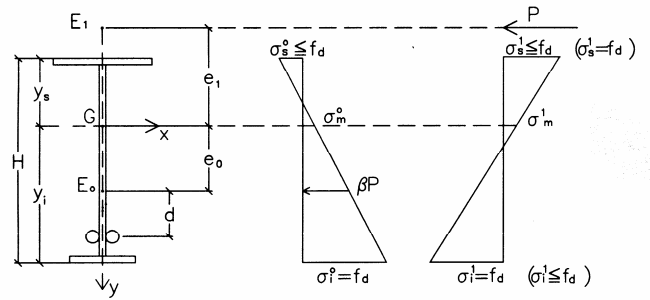


Figura 7. Punti limite.

Nella fase di esercizio, detto e_1 l'eccentricità del centro di pressione, si ha:

$$\begin{cases} \sigma_i^1 = -\frac{P^*}{A} + \frac{P^* e_1}{W_i} \leq f_d \\ \sigma_s^1 = -\frac{P^*}{A} - \frac{P^* e_1}{W_s} \leq f_d \end{cases}$$

il soddisfacimento delle due disequazioni sotto forma di uguaglianza ci permette di ricavare due valori di e_1 il minore dei quali in valore assoluto rappresenterà il punto limite superiore. Posto :

$$\sigma_i^1 = f_d ; \quad \sigma_s^1 = f_d ;$$

si ricava:

$$\begin{cases} e_1' = +\frac{\rho^2}{y_i} \left(1 + \frac{f_d}{\sigma_m^1}\right) \\ e_1'' = -\frac{\rho^2}{y_s} \left(1 - \frac{f_d}{\sigma_m^1}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e_1 = e_1' \text{ se } |e_1'| < |e_1''| \\ e_1 = e_1'' \text{ se } |e_1''| < |e_1'| \end{cases}$$

Affinché la sezione sia verificata si dovrà verificare rispettivamente al tiro ed in esercizio:

$$\begin{cases} M_{\min} \geq \beta P^* d \\ M_{\max} \leq P^* (d + e_0 + e_1) \end{cases}$$

Si definisce "momento utile della sezione", il valore:

$$M_{ut} = M_{\max} - M_{\min} = P^* [d(1 - \beta) + e_0 + e_1].$$

Con riferimento alla figura 8, abbiamo osservato in precedenza che l'intervento di un momento esterno fa spostare verso l'alto (momenti positivi) il centro di pressione di una quantità $\delta = M/P^*$ rispetto al cavo risultante. Se a partire dai punti limite E_0 ed E_1 stacciamo verso il basso altri due punti B_0 e B_1 a distanze rispettivamente $\delta_0 = M_{\min}/\beta P^*$ e $\delta_1 = M_{\max}/P^*$ possiamo affermare che il cavo risultante dovrà necessariamente essere contenuto tra questi due punti; ripetendo la costruzione sezione per sezione si individua una fascia (o fuso limite) entro cui deve essere contenuto il cavo risultante lungo la trave.

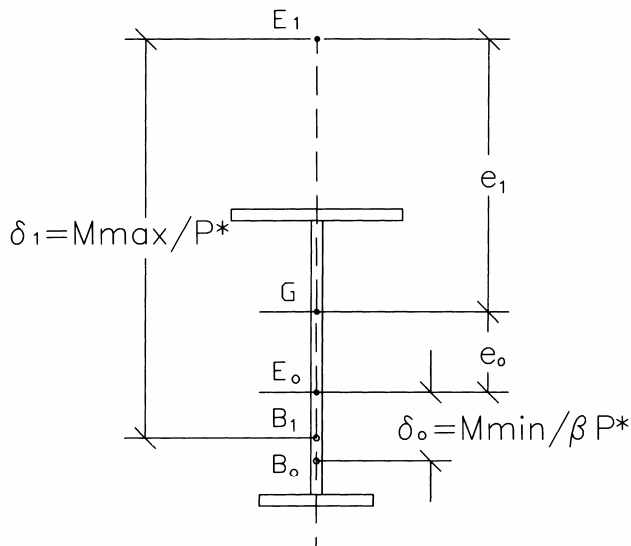


Figura 8. Escursione cavo risultante.

Nelle figure che seguono sono riportati alcuni tipi di fuso limite per diversi tipi di trave.

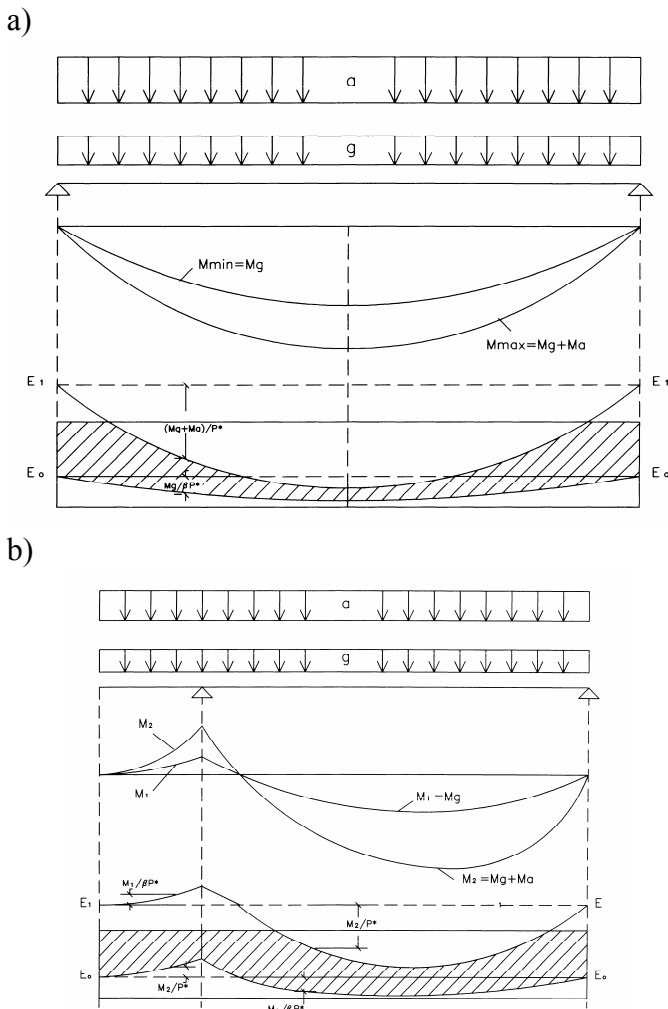


Figura 9. Fusi limite.

2.2.2 Taglio.

Per una trave in acciaio precompresso e per una generica sezione S, figura 10, si verifica:

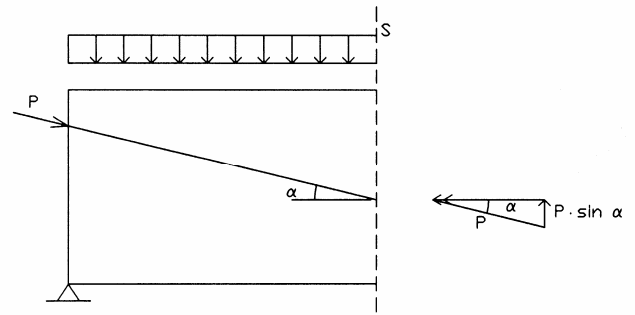


Figura 10. Taglio.

$$V_r = V - P \sin \alpha ;$$

ovvero:

$$\begin{cases} V_r^0 = V^0 - \gamma_p \beta P \sin \alpha & \text{al tiro} \\ V_r^1 = V^1 - \gamma_p P \sin \alpha & \text{in esercizio} \end{cases}$$

Si calcola $\tau_{\max} = \frac{V_r}{t \cdot h}$; dove t ed h sono rispettivamente lo spessore e l'altezza dell'anima, e si verifica:

$$\tau_{\max} \leq \frac{f_d}{\sqrt{3}} \text{ per taglio puro}$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_d \text{ per flessione e taglio .}$$

2.3 Il sistema dei carichi equivalenti alla precompressione.

L'effetto della precompressione su di una trave in acciaio può essere analizzato mediante l'introduzione di un sistema di carichi esterni (carichi equivalenti) che producono sulla trave un insieme di sollecitazioni e deformazioni equivalenti alla precompressione; tali sollecitazioni sommate a quelle prodotte dai carichi agenti (permanentemente ed accidentalmente) daranno lo stato di sollecitazione globale a cui è sottoposta la trave che dovrà essere compatibile con le caratteristiche di resistenza e stabilità della trave stessa. Un tipico esempio di carichi equivalenti è riportato nella figura 11.

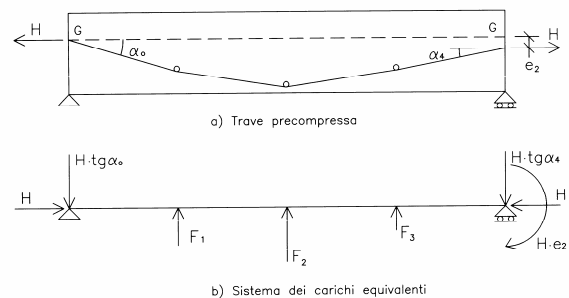


Figura 11. Carichi equivalenti.

2.4 La trave continua in acciaio precompresso.

La trave continua è la più semplice delle tipologie strutturali di tipo iperstatico ed il cui uso si va oggi sempre più diffondendo per le grandi strutture. Essa presenta vantaggi e svantaggi rispetto alla trave appoggiata; tra i vantaggi: le sollecitazioni flessionali inferiori, maggiore rigidezza, minori ancoraggi, ecc.; tra gli svantaggi: sensibilità ai cedimenti degli appoggi, oscillazioni delle sollecitazioni, maggiori perdite di tensione, ecc.

Dal punto di vista strutturale la principale differenza tra la trave isostatica e la trave continua è che per quest'ultima, anche senza la presenza di carichi permanenti e accidentali, la sola precompressione fa sì che si generino delle reazioni vincolari (non sempre, come vedremo) che vanno a incidere sullo stato di sollecitazione. Consideriamo una trave precompressa semplicemente appoggiata, figura 12a, in assenza dei carichi esterni (e trascurando il peso proprio) il cavo risultante rappresenta il "poligono delle successive risultanti" e ad esso si dà il nome di "linea delle pressioni"; tale linea delle pressioni, mentre per le travi isostatiche coincide con il cavo risultante, per le travi iperstatiche in genere se ne discosta.

Per la trave isostatica, la precompressione dà luogo a un "momento principale" $M_1 = P \cdot e$, figura 12b, che fa inflettere verso l'alto la trave stessa provocando uno spostamento in mezzeria pari a δ_c , figura 12c. Se vincoliamo la trave in C con un carrello (trave continua) tale da annullare lo spostamento δ_c , tale vincolo dovrà reagire con una forza R_c che indurrà a sua volta le reazioni $R_A = R_B = R_c/2$, figura 12d; queste reazioni vincolari causeranno un "momento secondario" M_2 , figura 12e. La somma del momento principale e secondario viene detta "momento risultante" $M_3 = M_1 + M_2$, figura 12f. In ogni sezione di una trave continua, l'effetto della forza di precompressione P e del momento risultante M_3 è equivalente a quello prodotto dalla forza P agente con un'eccentricità e_i rispetto al baricentro pari a $e_i = M_3/P$. La linea di eccentricità e_i lungo la sezione longitudinale di trave è la "linea delle pressioni", figura 12. La linea delle pressioni devia dal cavo risultante di:

$$e - e_i = \frac{M_1}{P} - \frac{M_3}{P} = -\frac{M_2}{P}$$

per cui in una trave isostatica essendo $M_2 = 0$, la linea delle pressioni coincide con il cavo risultante.

In base a quanto osservato possiamo enunciare una prima regola generale:

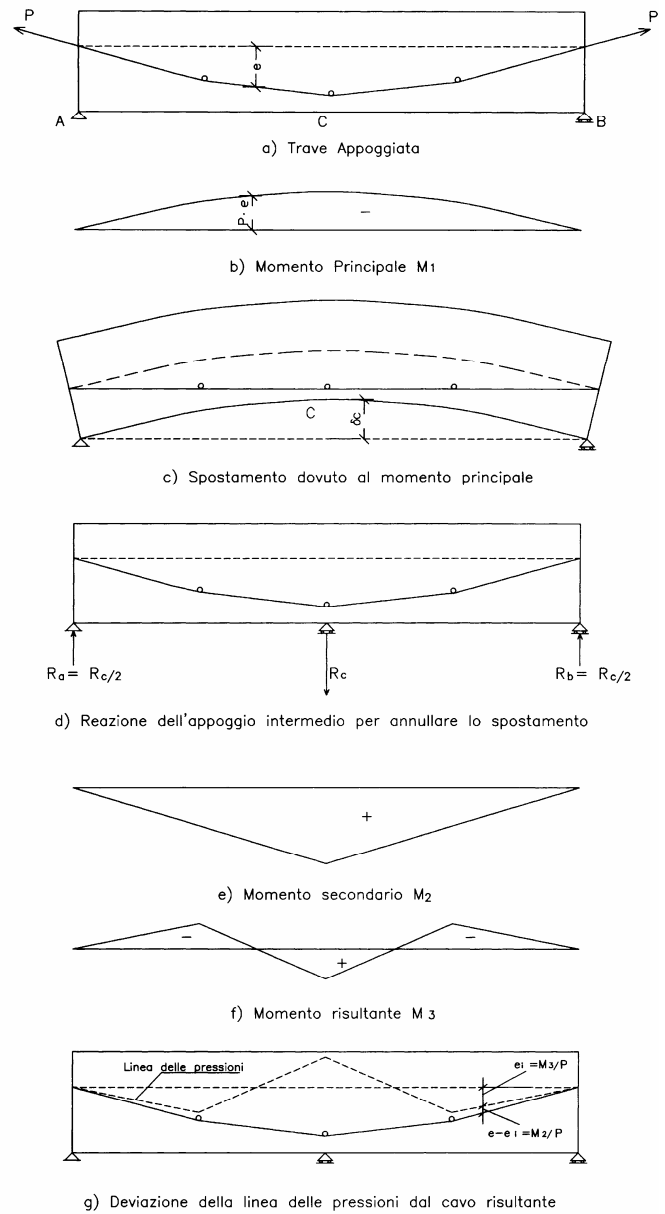


Figura 12. Principio di funzionamento della trave continua.

1ª Regola: "In una trave continua la linea delle pressioni si ottiene a partire dal cavo risultante abbassandone o alzandone opportunamente il profilo sugli appoggi intermedi mantenendo inalterata la posizione sugli appoggi di estremità; tale operazione viene detta *trasformazione lineare*".

Il regime statico della trave continua è caratterizzato dalla linea delle pressioni; le relazioni ricavate per la trave isostatica sono valide anche per la trave continua a patto di sostituire "e" con "e_i", ovvero:

$$\sigma_i^0 = -\frac{\gamma_p \beta P}{A} - \gamma_p \frac{\beta P e_i}{W_i} + \frac{M_{\min}}{W_i} \leq f_d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} + \frac{\gamma_p P e_i}{W_s} - \frac{M_{\max}}{W_s} \leq f_d \\ \sigma_i^1 = -\frac{\gamma_p P}{A} - \frac{\gamma_p P \cdot e_i}{W_i} + \frac{M_{\max}}{W_i} \leq f_d \end{array} \right.$$

Con ragionamenti analoghi si dimostra la seguente seconda regola generale:

2^a Regola: “In una trave continua in A.P. i cavi che hanno gli ancoraggi terminali nella stessa posizione e conservano uguale forma, differendo tra loro solo per le eccentricità sugli appoggi intermedi, hanno la stessa linea delle pressioni; essi vengono detti *cavi equivalenti*”.

In altri termini i cavi equivalenti danno luogo allo stesso momento risultante M_3 . Quel particolare cavo coincidente con la linea delle pressioni per il quale si verifica $M_2 = 0$ e di conseguenza $R_{ip} = 0$, viene detto “*cavo concordante*”. Un’ultima regola generale la ricaviamo dall’osservazione della forma del diagramma dei momenti e da quella della linea delle pressioni.

3^a Regola: “In una trave continua in A.P. il diagramma dei momenti di un qualsiasi sistema di forze (compresi i momenti applicati alle estremità) è il tracciato di un *cavo concordante*”.

2.5 Le travi composte acciaio – calcestruzzo precompresso.

2.5.1 Introduzione.

Il sistema della precompressione risulta particolarmente vantaggioso per le sezioni composte acciaio-calcestruzzo in quanto si riesce a sfruttare al meglio le caratteristiche positive di ciascun materiale. Rispetto alla trattazione classica delle sezioni composte non precomprese, l’introduzione della precompressione immaginata come sistema di carichi equivalenti non apporta ulteriori novità rispetto a quanto già descritto nei paragrafi precedenti, se non il fatto di dover considerare il calcestruzzo che essendo soggetto ai cosiddetti “fenomeni lenti”, ovvero viscosità e ritiro, comporta una variazione dello stato tensionale funzione del tempo. Alcune tipiche sezioni composte precomprese sono riportate in figura 13, dove si può notare a differenza delle sezioni in acciaio la simmetria dei profili.

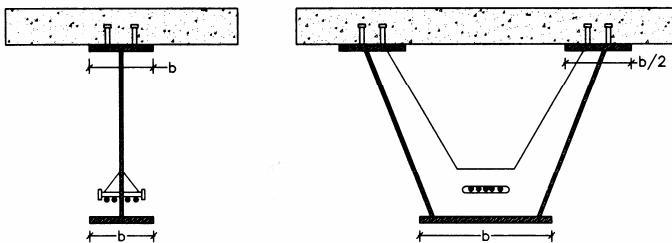


Figura 13. Sezioni tipiche.

2.5.2 Criteri di calcolo.

Il calcolo delle tensioni, con riferimento alla trave appoggiata, viene condotto utilizzando il “metodo della sezione omogeneizzata”. L’influenza della viscosità del calcestruzzo nei confronti delle sollecitazioni e deformazioni prodotte dai carichi permanenti viene valutata mediante l’introduzione di un modulo

elastico fittizio; l’influenza del ritiro viene determinata secondo un metodo approssimato in base a valori dell’accorciamento unitario a tempo infinito; l’influenza delle variazioni termiche differenziali viene valutata in base al valore della deformazione unitaria corrispondente con criterio analogo al caso del ritiro.

2.5.2.1 Flessione.

Con riferimento alla figura 14, si ha:

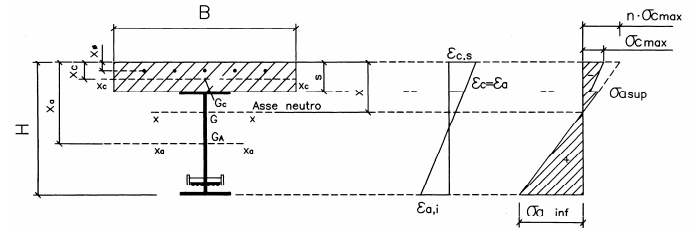


Figura 14. Trave composta precompressa.

$$A = A_a + A_\phi + \frac{A_c}{n}; \quad \text{dove: } n = \frac{E_a}{E_c}$$

Per la fase di tiro nulla è da dire rispetto alle sezioni semplici in A.P.; in esercizio si dovrà verificare:

$$\sigma_{c_{\max}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{M}{I} x < f_{cd}^*$$

$$\sigma_{a_{\sup}}^1 = \sigma_{a_{\sup}}^0 + \frac{M}{I} (x - h_c) \leq f_d$$

$$\sigma_{a_{\inf}}^1 = \sigma_{a_{\inf}}^0 + \frac{M}{I} (H - x) \leq f_d$$

2.5.2.2 Taglio.

La resistenza alle azioni taglianti viene affidata solo alla trave in acciaio, per cui si dovrà avere:

$$\tau = \frac{V}{t \cdot h} < \tau_{\lim} = \frac{f_d}{\sqrt{3}} \text{ per taglio puro;}$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq f_d \text{ per flessione e taglio.}$$

3 CONCLUSIONI

La scarsa conoscenza dei metodi di calcolo e delle possibili realizzazioni rappresentano, a nostro giudizio, le principali cause di ostacolo alla diffusione delle strutture in acciaio precompresso. In questa memoria si è accennato ai metodi di calcolo delle strutture in A.P. con riferimento alle travi, dimostrando la semplicità degli stessi e le possibili applicazioni.

4 BIBLIOGRAFIA.

Nunziata, Vincenzo 1999. *Strutture in acciaio precompresso*. Palermo: Dario Flaccovio, Editore.